

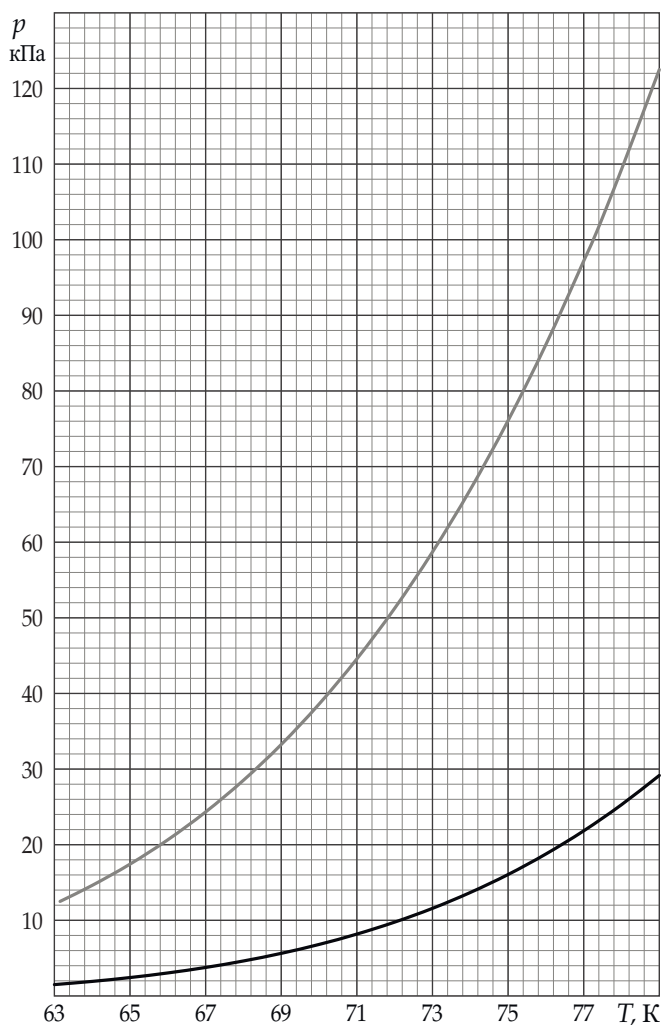


## Условия задач, ответы и критерии оценивания

### 1. Неправильный воздух (8 баллов)

Бычков А. И., Крюков П. А.

Отношение количества кислорода к количеству азота в некотором объёме «неправильного воздуха» равно 1 : 5. На рисунке изображены графики зависимости давления насыщенных паров азота и кислорода от температуры, при этом линия чёрного цвета соответствует давлению паров кислорода. Температура неправильного воздуха в начальный момент равна  $t_0 = -120^\circ\text{C}$ .



В процессе охлаждения в некоторый момент времени кислород и азот начинают конденсироваться одновременно. Используя график, определите как можно точнее, каким было начальное давление неправильного воздуха, если охлаждение производилось изобарически. А если изохорически?  
**Ответ:**  $p_1 = 72 \text{ кПа} \pm 5 \text{ кПа}$ ,  $p_2 = 151 \text{ кПа} \pm 12 \text{ кПа}$ .

### Критерии

По существу задачу едва ли можно назвать сложной, поэтому представляется разумным основное

внимание при оценивании решений уделить точности определения температуры и давления в точке конденсации. Сетка на графике в условии задачи позволяет определить температуру конденсации с точностью до 1%, а давление азота в точке конденсации с точностью до  $\frac{4}{15} \approx 6,7\%$ .

Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Найдено значение давления азота при температуре конденсации, попадающее в диапазон:  $p_N = 60 \text{ кПа} \pm 4 \text{ кПа}$ , или найдено значение температуры конденсации, попадающее в диапазон:  $T_K = 73 \text{ К} \pm 0,8 \text{ К}$ , — 5 баллов. Если значение  $p_N$  или  $T_K$  получено, но в указанный диапазон не попадает — 2 балла.

Найдено давление смеси при изобарном охлаждении, попадающее в диапазон:  $p_1 = 72 \text{ кПа} \pm 5 \text{ кПа}$ , — 1 балл.

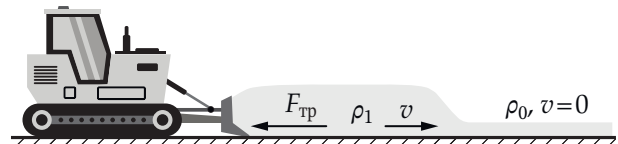
Найдено давление смеси при изохорном охлаждении, попадающее в диапазон:  $p_2 = 151 \text{ кПа} \pm 12 \text{ кПа}$ , — 2 балла.

Если ошибка в определении давления  $p_1$  или  $p_2$  связана с неверным определением давления одного из газов, при этом с физической точки зрения расчёт давления сделан верно, то количество баллов, выставляемых за последние два пункта, не уменьшается. Баллы, полученные за промежуточные результаты, суммируются.

### 2. Похоже на уборку снега (9 баллов)

#### Механический фольклор

Некоторые особенности процесса сгребания снега бульдозером можно описать на основе следующей простейшей модели. Вдали от бульдозера (см. рис.) слой снега имеет линейную плотность  $\rho_0$  и покоится. Бульдозер и часть снега, прилегающая к его щиту, движутся с постоянной скоростью  $v$ . На движущуюся часть действует сила трения, удовлетворяющая закону Кулона-Амонтона:  $F_{\text{тр}} = \mu N$ ; коэффициент трения  $\mu$  считается известным. Ускорение свободного падения равно  $g$ .



**А.** Пусть весь снег, вовлекаемый бульдозером в движение, распределяется в движущейся части со средней постоянной линейной плотностью  $\rho_1$ . Бульдозер в состоянии развить мощность не более, чем  $W_0$ . Найдите время  $t$ , в течение которого возможно движение бульдозера с постоянной скоростью  $v$ . (6 баллов)

**В.** Пусть после того, как масса снега в движущейся части достигает некоторого значения  $M_0$ , она перестаёт увеличиваться. При вовлечении в движение порции снега, такая же порция покидает движущуюся часть, скатываясь вбок относительно направления движения. Какую мощность  $W_1$  должен развивать бульдозер при движении с постоянной скоростью  $v$  в этом случае? (3 балла)

**Ответ:** А)  $t = \frac{W_0}{\mu g v^2} \cdot \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 \rho_0} - \frac{v}{\mu g}$ ; В)  $W_1 = \mu M_0 g v + \rho_0 v^3$ .

### Критерии

Правильные ответы, подкреплённые непротиворечивыми, доказательными рассуждениями, оцениваются полным баллом, даже если решение отличается от авторского. Наиболее сложной проблемой, возникающей в процессе ответа на вопрос в каждой из частей, по всей видимости, является запись уравнения динамики (второй закон Ньютона, закон изменения импульса или что-то подобное), поэтому движение в правильном направлении в этой части решения следует поощрять. Промежуточные результаты, полученные в процессе решения, предлагается оценивать по схеме, изложенной ниже.

Тем или иным образом высказывается мысль о том, что скорость границы раздела в части **А** отличается от скорости бульдозера — 0,5 балла. Если скорость границы раздела найдена верно, получена формула

$$u = \frac{\rho_1 v}{\rho_1 - \rho_0},$$

при этом обоснование может быть кратким, либо вообще отсутствовать — 1,5 балла.

Записано уравнение движения в части **А**, получена формула

$$F = \mu M(t)g + \frac{dm}{dt}v,$$

или аналогичная для произвольного момента времени  $t$ , при этом решение содержит краткое непротиворечивое обоснование полученной формулы — 2 балла. Если обоснование отсутствует — 1 балл.

В части **А** получена верная зависимость массы движущейся части от времени

$$M(t) = \frac{\rho_1 \rho_0}{\rho_1 - \rho_0} \cdot vt,$$

при этом обоснование может отсутствовать — 1 балл.

В части **А** указывается, что максимальная мощность силы давления достигается, когда масса движущейся части становится максимальной — 0,5 балла.

Оценка за любые разумные рассуждения, не упо-

мянутые выше, при ответе на вопрос части **А** выставляется на усмотрение проверяющего на основе схемы распределения баллов, изложенной выше.

В части **В** верно записано уравнение движения, получена формула

$$F = \mu M_0 g + \rho_0 v^2$$

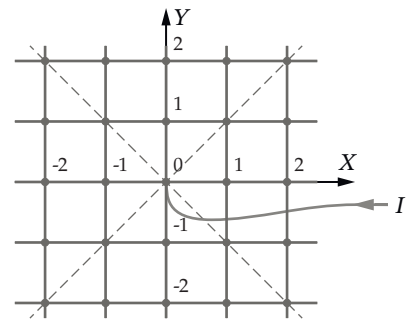
или аналогичная, при этом решение содержит краткое непротиворечивое обоснование полученной формулы — 2 балла. Если обоснование отсутствует — 1 балл.

Баллы, полученные за отдельные результаты в пунктах, описанных выше, суммируются.

### 3. Ну, очень большая сетка (10 баллов)

Крюков П. А.

Сетка в форме квадрата состоит из очень большого количества ячеек. В узел с координатами  $(0, 0)$ , совпадающий с центром квадрата, втекает ток  $I = 4$  А (см. рисунок). Сопротивление любого проводника, соединяющего соседние узлы сетки, равно 1 Ом.



**А.** Пусть узлы сетки на стороне большого квадрата подключены к специальному источнику напряжения, так что потенциалы узлов, лежащих на диагоналях (см. рис., пунктирные линии), равны нулю везде кроме центра квадрата, где потенциал равен 1 В. Определите потенциалы  $\varphi_{1k}$  в узлах с координатами  $(k + 1, k)$ , и потенциалы  $\varphi_{2k}$  в узлах с координатами  $(k + 2, k)$  при  $k \geq 0$ . (4 балла)

**В.** Источник напряжения заменили на другой — ещё более специальный. Теперь потенциалы узлов и на диагоналях, и в центре равны нулю. Чему равны потенциалы  $\varphi_{1k}$  в узлах с координатами  $(k + 1, k)$ , и потенциалы  $\varphi_{2k}$  в узлах с координатами  $(k + 2, k)$  при  $k \geq 0$  в этом случае? (6 баллов)

**Ответ:** А)  $\varphi_{1k} = 0$ ,  $\varphi_{2k} = (-1)^{k+1}$  В;  
В)  $\varphi_{1k} = (-1)^{k+1}$  В,  $\varphi_{2k} = 4(k + 1) \cdot (-1)^{k+1}$  В.

### Критерии

Существуют разные способы решения этой задачи, поэтому предлагается в первую очередь оценивать ответы. Верные ответы оцениваются полным баллом, даже если отсутствует доказательство полученной формулы.

В части **А** правильный ответ на первый вопрос:

$\varphi_{1k} = 0$  — 1,5 балла. Правильный ответ на второй вопрос:  $\varphi_{2k} = (-1)^{k+1} \text{ В}$  — 2,5 балла.

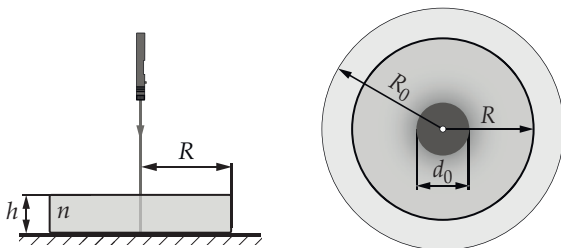
В части **В** правильный ответ на первый вопрос:  $\varphi_{1k} = (-1)^{k+1} \text{ В}$  — 2 балла. Правильный ответ на второй вопрос:  $\varphi_{2k} = 4(k+1) \cdot (-1)^{k+1} \text{ В}$  — 4 балла.

Промежуточные верные рассуждения и результаты оцениваются на усмотрение проверяющего. Рекомендуется выставлять не более трети от максимального количества баллов за соответствующий пункт.

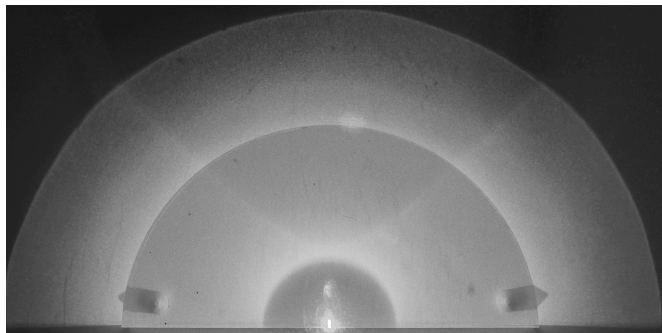
#### 4. Ореол и тёмный круг (10 баллов)

Крюков П. А., Бычков А. И.

На горизонтальной поверхности располагается диск радиусом  $R$  и толщиной  $h$ , сделанный из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$  (рис. ниже, слева). Нижняя матовая сторона диска отражает свет диффузно (иначе говоря, равномерно в любых направлениях). Верхняя и боковая поверхности диска тщательно отшлифованы. Луч мощной лазерной указки, освещающей диск, направлен вдоль его оси. При рассматривании диска сверху (рис. ниже, справа) наблюдаются: ярко выраженный тёмный круг с нечёткой границей диаметром  $d_0$  и светлый ореол с резкой границей в виде концентрической с диском окружности радиусом  $R_0$ .



Ниже вы видите фотографию, полученную при проведении опыта, похожего на описанный выше. Мощной лазерной указкой освещалась нижняя точка середины половинки стеклянного диска. Можно различить тёмный полукруг с размытой границей и светлый ореол с резкой границей.



**А.** Известно, что толщина диска равна  $h = 14 \text{ мм}$ , а отношение радиусов диска и границы ореола равно  $\frac{R_0}{R} \approx 1,65$  (это значение получается при из-

мерениях по фотографиям опытов). Найдите радиус диска  $R$ . (5 баллов)

**В.** Чем может быть обусловлено возникновение тёмного круга? Оцените его радиус  $r_0$ , считая показатель преломления и толщину диска известными. (5 баллов)

*Примечание.* Можно считать, что в условиях данной задачи для лучей, выходящих из стекла в воздух, от границы раздела отражается не более 10% энергии падающего излучения, если величина угла падения меньше  $37^\circ$ .

Ответ: А)  $R = h \sqrt{\frac{n^2-1}{1-(0,65n)^2}} \approx 70 \text{ мм}$ ; В)  $r_0 = 2h \operatorname{tg} \beta \approx 23 \text{ мм} \pm 2 \text{ мм}$ .

#### Критерии

В части **А** верно указан ход луча, формирующего границу ореола, но конечный ответ не получен (или получен неверный ответ) вследствие вычислительных ошибок — 3 балла. Правильный, обоснованный ответ — 5 баллов. Если обоснование отсутствует — 4 балла.

В части **В** получен правильный, обоснованный ответ — 5 баллов.

В части **В** тем или иным образом высказана мысль о том, что точки тёмного круга — это вторичные источники малой интенсивности, порождаемые лучами, отражёнными от верхней поверхности диска, — 2,5 балла.

В части **В** конечный ответ не получен (или получен неверный ответ) вследствие вычислительных ошибок (при этом дано верное объяснение эффекта) — 3,5 балла.

В части **В** получен верный ответ, но никакого обоснования не приводится — 2,5 балла.

Промежуточные верные рассуждения и результаты оцениваются на усмотрение проверяющего. Рекомендуется выставлять не более 1 балла в каждой из частей за разумные рассуждения, не приводящие к объяснению эффекта или ответу.

#### 5. Устойчивость атмосферы (13 баллов)

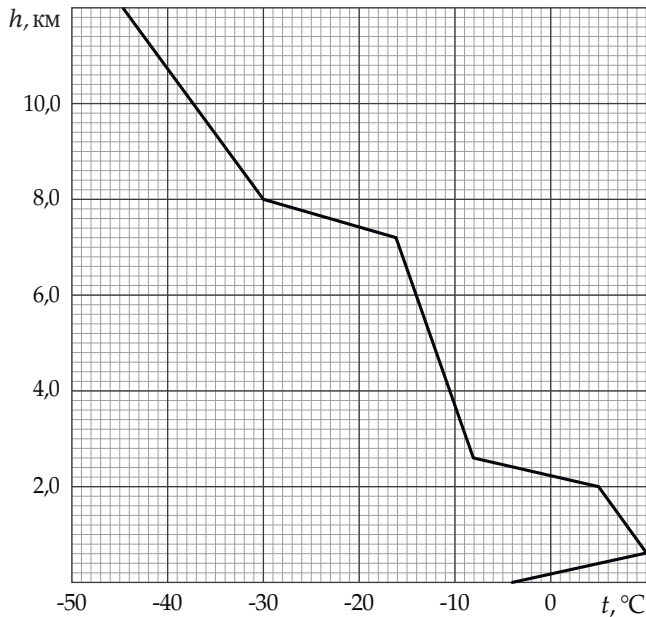
Крюков П. А.

**А.** *Сухой адиабатой* называется такое распределение температуры  $T_a(h)$  в атмосфере Земли, что при увеличении высоты малой порции (в метеорологии их называют частицами) сухого воздуха на небольшую величину  $\Delta h$  без теплообмена с окружающими частицами её температура изменяется на малую величину  $\Delta T_a$ . Найдите  $\Delta T_a$ , считая  $\Delta h$  известным. Ускорение свободного падения равно  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Средние молярные масса и теплоёмкость воздуха при постоянном объёме равны:  $\mu = 29 \text{ г/моль}$  и  $c_V = 2,5R$  ( $R = 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ ) соответственно. Движением воздушных масс можно пренебречь. (6 баллов)

Указание. Для малых изменений параметров идеального газа ( $T, p, V$ ) или ( $T, p, \rho$ ), где  $\rho$  — плотность, из уравнения состояния следуют формулы:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V}, \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta p}{p} - \frac{\Delta \rho}{\rho}.$$

**В.** В естественных условиях равновесное распределение температуры воздуха по высоте имеет сложный вид. Линия на графике ниже моделирует зависимость  $t(h)$ , возникшую в воздухе над городом  $X$  в день  $Y$ . В физике атмосферы принято откладывать температуру по горизонтальной оси.



Устойчивым является такое равновесное состояние воздуха в атмосфере, что при *адиабатическом* смещении частицы воздуха из положения равновесия по вертикали на небольшую величину  $\Delta h$ , действующие на неё силы стремятся вернуть эту частицу в положение равновесия. Укажите на графике границы (по высоте) участков устойчивой атмосферы. Воздух предлагается считать сухим, наличием паров воды и движением воздушных масс пренебречь, значения, заданные в части **А** задачи, можно считать известными. (7 баллов)

Ответ: атмосфера устойчива на высоте: от 0 до 600 м, от 2000 м до 2600 м, от 7200 м до 8000 м.

### Критерии

Решения в части **А** предлагается оценивать на основании следующей схемы.

Получено соотношение, связывающее изменение давления и высоты:  $\Delta p = -\rho g \Delta h$ , или аналогичное — 1 балл.

Верно записано условие отсутствия теплообмена в форме соотношения  $\frac{5}{2} \cdot \frac{\Delta T_a}{T} = -\frac{\Delta V}{V}$  или аналогичного — 1 балл, если записано соотношение  $\frac{\Delta p}{p} = \frac{7}{2} \cdot \frac{\Delta T_a}{T}$  или аналогичное — 1 балл.

Получен правильный ответ в общем виде  $\Delta T_a = -\frac{2\mu g}{7R} \cdot \Delta h$  — 2,5 балла. Если верно вычисле-

но значение коэффициента пропорциональности:  $\frac{2\mu g}{7R} \approx 10^\circ\text{C}/\text{км}$  — 0,5 балла.

Решения в части **В** предлагается оценивать на основе следующей схемы.

Выказывается мысль о том, что для установления условия устойчивости следует сравнить плотность частицы, смещённой на малую величину  $\Delta h$  вдоль сухой адиабаты, и плотность окружающего воздуха на той же высоте — 1 балл.

Получено выражение для изменения плотности на сухой адиабате  $\Delta \rho_a$  — 1 балл.

Получено выражение для изменения плотности воздуха в атмосфере с температурным профилем, показанным на графике  $\Delta \rho$ , — 2 балла.

Найдено условие устойчивости в виде неравенства:  $\alpha < \frac{2\mu g}{7R}$  (где  $(-\alpha)$  — угловой коэффициент касательной к графику профиля температуры) или аналогичное, — 2 балла.

Получен верный ответ — 1 балл.